ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

BOUNPONE PHETBOUNHEUANG

TẬP DUY NHẤT CHO ĐƯỜNG CONG CHỈNH HÌNH TRÊN ANNULI GỒM 2N + 3 SIÊU PHẲNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2016

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

BOUNPONE PHETBOUNHEUANG

TẬP DUY NHẤT CHO ĐƯỜNG CONG CHỈNH HÌNH TRÊN ANNULI GỐM 2N + 3 SIÊU PHẲNG

Chuyên ngành : TOÁN GIẢI TÍCH
Mã số : 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:
PGS. TS HÀ TRẦN PHƯƠNG

Thái Nguyên - 2016

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với đề tài khác. Tôi cũng xin cam đoan rằng các kết quả nêu trong luận văn, tài liệu tham khảo và nội dung trích dẫn đảm bảo tính trung thực chính xác.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

BOUNPONE PHETBOUNHEUANG

Lời cảm ơn

Luận văn được thực hiện và hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên. Qua đây tôi xin chân thành cảm ơn các thầy cô giáo Khoa Toán, Ban Giám hiệu, Phòng Đào nhà trường và các Quý Thầy Cô giảng dạy lớp Cao học K22 (2014- 2016) trường Đại học Sư phạm- Đại học Thái Nguyên đã tận tình truyền đạt những kiến thức quý báu, đã trang bị kiến thức cơ bản và tạo điều kiện tốt nhất cho tôi trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới PGS. TS. Hà Trần Phương, người đã tận tình chỉ bảo, tạo điều kiện và giúp đỡ tôi có thêm nhiều kiến thức, khả năng nghiên cứu, tổng hợp tài liệu để hoàn thành luận văn một cách hoàn chỉnh.

Tôi xin trân trọng cảm ơn Trường Cao đẳng Sư phạm Savannakhet - CHDCND Lào cùng các đồng nghiệp đã tạo điều kiện giúp đỡ tôi về mọi mặt trong quá trình học tập và hoàn thành luận văn này.

Tôi cũng xin gửi lời cảm ơn đến gia đình, bạn bè và các đồng nghiệp đã động viên, giúp đỡ tôi quá trình học tập của mình.

Do thời gian và trình độ còn hạn chế nên luận văn không tránh khỏi những thiếu sót. Chúng tôi rất mong nhận được sự góp ý của các thầy cô và các bạn để luận văn được hoàn thiện hơn.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

BOUNPONE PHETBOUNHEUANG

Mục lục

Mở đầu

Một ứng dụng quan trọng của lý thuyết phân bố giá trị là nghiên cứu sự xác định của hàm phân hình (cũng như ánh xạ phân hình) thông qua ảnh ngược của một hay nhiều tập hữu hạn phần tử. Vấn đề này cũng thu hút sự quan tâm của nhiều nhà toán học: R. Nevanlinna, H. Fujimoto, L. Smiley, H. H. Khoai, G. Dethloff, D. D. Thai, C. C. Yang, M. Ru và nhiều nhà toán học khác. Năm 1926, R. Nevanlinna chứng minh: *Hai hàm phân hình phức khác hằng f, g thỏa mãn $f^{-1}(a_i) = g^{-1}(a_i),\ i = 1, \ldots, 5,$ thì $f \equiv g$.* Năm 1982, F.Gross và C.C. Yang đã chỉ ra tập hợp $T = \{z \in \mathbb{C} | e^z + z = 0\}$ là tập xác định duy nhất (kí hiệu là URS) cho các hàm nguyên. Chú ý, tập T xác định như trên chứa vô số phần tử. Năm 1994, H.Yi đã xét tập hợp $S_Y = \{z \in \mathbb{C} | z^n + az^m + b = 0\}$, trong đó $n \geq 15, n > m \geq 5$, a, b là các hằng số khác không sao cho $z^n + az^m + b = 0$ không có nghiệm bội và Ông đã chứng minh S_Y là URS cho $\mathcal{A}(\mathbb{C})$. Năm 1998, G. Frank và M.Reinders chỉ ra một ví dụ về URS cho $\mathcal{M}(\mathbb{C})$. Đối với đường cong chỉnh hình, năm 1975, H. Fujimoto mở rộng kết quả này của Nevanlinna cho ánh xạ phân hình vào không gian xạ ảnh phức, cho thấy tồn tại các tập xác định duy nhất kể cả bội gồm $3n + 2$ siêu phẳng ở vị trí tổng quát cho họ các ánh xạ phân hình phức không suy biến tuyến tính. Về sau có nhiều nhà toán học trong và ngoài nước phát triển các kết quả nghiên cứu theo hướng này.

Trong thời gian gần đây, có một số công trình của các nhà toán học trong và ngoài nước về phân bố giá trị cho các hàm phân hình trên Annuli trong $\mathbb{C}$ được công bố. Năm 2005, A. Y. Khrystiyanyn và A. A. Kondratyuk ([4, 5]) chứng minh một số kết quả về các định lý cơ bản và quan hệ số khuyết, sau đó những công trình này được mở rộng bởi T. B. Cao, Z. S.

Deng trong [1] và bởi Y. Tan, Q. Zhang trong [9]. Năm 2015, H. T. Phương và N. V. Thìn ([7]) đã nghiên cứu một số kết quả về phân bố giá trị cho đường cong chỉnh hình trên Annuli kết hợp với một họ hữu hạn các siêu phẳng. Dựa trên những nghiên cứu này, H. T. Phương và T. H. Minh ([6]) và Nguyễn Việt Phương ([8]) đã chứng minh một định lý duy nhất cho đường cong chỉnh hình trên Annuli.

Với mong muốn tìm hiểu về lý thuyết phân bố giá trị và ứng dụng của lý thuyết trong nghiên cứu các định lý duy nhất, chúng tôi chọn đề tài **"Tập duy nhất cho đường cong chỉnh hình trên Annuli gồm 2n+3 siêu phẳng"**. Mục đích chính của luận văn là giới thiệu một số kết quả nghiên cứu về phân bố giá trị cho hàm phân hình trên Annuli và chứng minh lại một số kết quả về xác định duy nhất cho hàm phân hình trên Annuli được công bố bởi các tác giả trong thời gian gần đây.

Luận văn gồm hai chương, trong Chương 1 chúng tôi trình bày một số kiến thức về phân bố giá trị cho đường cong chỉnh hình trên Annuli, các kiến thức chương này là cơ sở nền tảng để chứng minh định lý chính trong Chương 2. Trong Chương 2 chúng tôi trình bày một số kết quả vấn đề duy nhất cho đường cong chỉnh hình trên được công bố bởi H. T. Phương, T. H. Minh trong [6] và Nguyễn Việt Phương trong [8].

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Tác giả

Chương 1

Phân bố giá trị cho đường cong chỉnh hình trên Annuli

Trong chương này chúng tôi trình bày một số kiến thức về phân bố giá trị cho đường cong chỉnh hình trên Annuli cần thiết cho việc chứng minh các kết quả về vấn đề duy nhất trong Chương 2. Nội dung của chương này được viết dựa trên các bài báo [7].

1.1 Hàm đặc trưng và định lý cơ bản thứ nhất

1.1.1 Kiến thức cơ sở về phân bố giá trị cho hàm phân hình trên Annuli

Cho $R_0 > 1$ là một số thực dương hoặc $+\infty$, ta kí hiệu

$$\Delta = \Big\{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{R_0} < |z| < R_0\Big\},$$

là một Annuli trong $\mathbb{C}$. Với mỗi số thực dương r thỏa mãn $1 < r < R_0$, ta kí hiệu

$$\Delta_{1,r} = \Big\{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{r} < |z| \leqslant 1\Big\},$$
$$\Delta_{2,r} = \Big\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < r\Big\}$$

và

$$\Delta_r = \Big\{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{r} < |z| < r\Big\}.$$

Cho f là một hàm phân hình trên Δ, tức là f chỉnh hình trên Δ trừ ra một số các điểm bất thường cực điểm, ta nhắc lại

$$m\left(r, \frac{1}{f-a}\right) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} \log^+ \frac{1}{|f(re^{i\theta})-a|} d\theta,$$

$$m(r,f) = m(r,\infty) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} \log^+ |f(re^{i\theta})| d\theta,$$

trong đó $\log^+ x = \max\{0, \log x\}$, $a \in \mathbb{C}$ và $r \in (R_0^{-1}; R_0)$.

Với một số thực $r \in (1, R_0)$, ta kí hiệu

$$m_0\left(r, \frac{1}{f-a}\right) = m\left(r, \frac{1}{f-a}\right) + m\left(\frac{1}{r}, \frac{1}{f-a}\right),$$
$$m_0(r,f) = m(r,f) + m(r^{-1}, f).$$

Khi đó hàm $m_0\left(r, \frac{1}{f-a}\right)$ được gọi là hàm xấp xỉ hay hàm bù của f tại $a \in \mathbb{C}$.

Kí hiệu $n_1\left(t, \frac{1}{f-a}\right)$ là số các không điểm của $f-a$ trong $\{z \in \mathbb{C} : t < |z| \leqslant 1\}$ và $n_2\left(t, \frac{1}{f-a}\right)$ là số các không điểm của $f-a$ trong $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < t\}$; $n_1(t,\infty)$ là số các cực điểm trong $\{z \in \mathbb{C} : t < |z| \leqslant 1\}$ và $n_2(t,\infty)$ là số các cực điểm trong $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < t\}$ của f. Với mỗi r $(1 < r < R_0)$, ta đặt

$$N_1\left(r, \frac{1}{f-a}\right) = \int\limits_{1/r}^{1} \frac{n_1(t, \frac{1}{f-a})}{t} dt,$$

$$N_2\left(r, \frac{1}{f-a}\right) = \int\limits_{1}^{r} \frac{n_2(t, \frac{1}{f-a})}{t} dt,$$

và

$$N_1(r,f) = N_1(r,\infty) = \int\limits_{1/r}^{1} \frac{n_1(t,\infty)}{t} dt,$$

$$N_2(r,f) = N_2(r,\infty) = \int\limits_{1}^{r} \frac{n_2(t,\infty)}{t} dt.$$

Kí hiệu

$$N_0\left(r,\frac{1}{f-a}\right)=N_1\left(r,\frac{1}{f-a}\right)+N_2\left(r,\frac{1}{f-a}\right)$$
$$N_0(r,f)=N_1(r,f)+N_2(r,f).$$

Hàm $N_0(r,f)$ được gọi là hàm đếm tại các cực điểm của f kể cả bội, hàm $N_0\left(r,\frac{1}{f-a}\right)$ được gọi là đếm tại các không điểm kể cả bội của $f-a$.

Hàm đặc trưng Nevanlinna $T_0(r,f)$ của f định nghĩa bởi

$$T_0(r,f)=m_0(r,f)-2m(1,f)+N_0(r,f).$$

Trong luận văn này, kí hiệu "$\|$" trong một bất đẳng thức nghĩa là với $R_0=+\infty$, bất đẳng thức đúng với mọi $r\in(1,+\infty)$ nằm ngoài một tập Δ'_r thỏa mãn $\int_{\Delta'_r} r^{\lambda-1}dr<+\infty$, và với $R_0<+\infty$, bất đẳng thức đúng đối với $r\in(1,R_0)$ nằm ngoài một tập Δ'_r thỏa mãn $\int_{\Delta'_r}\frac{1}{(R_0-r)^{\lambda+1}}dr<+\infty$, trong đó $\lambda\geqslant 0$.

Mệnh đề sau đây là một dạng của định lý Jensen cho hàm phân hình trên Annuli.

Mệnh đề 1.1 ([4]). *Cho f là một hàm phân hình khác hằng trên Δ. Khi đó với mỗi $r\in(1,R_0)$, ta có*

$$N_0\left(r,\frac{1}{f}\right)-N_0(r,f)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\log|f(re^{i\theta})|d\theta+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\log|f(r^{-1}e^{i\theta})|d\theta$$
$$-\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\log|f(e^{i\theta})|d\theta.$$

Mệnh đề 1.2 ([4]). *Cho f là một hàm phân hình trên Δ. Khi đó với mỗi $r\in(1,R_0)$, ta có*

$$T_0(r,f)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}N_0\left(r,\frac{1}{f-e^{i\theta}}\right).$$